Exercice 12 :

1°/Résoudre dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation :

(E) : $5x-3y=2$

2°/ Résoudre

$$(S):\begin{cases}5x-3y=2\\ x\wedge y=2\end{cases}$$

Exercice 13 :

$U_n = n^4+n^2+1$ où $n\in\mathbb{N}$

1°/ Montrer que U_n est produit de deux facteurs de second degré

2°/Montrer que ces deux facteurs sont premiers entre eux

3°/U_n peut-il être premier ?

Exercice 14 :

Démontrer que :

1°/Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$ $\quad 2^{10n+3}+3^{5n+3}-2\equiv 0\ (11)$

2°/Pour tout $n\in\mathbb{N}$ $\quad n^7-n\equiv 0\ (42)$.

Exercice 15 :

1°/Enoncer le petit théorème de Fermat

2°/ Déterminer l'ensemble des entiers $n\in\mathbb{N}$ tels que : $(n+1)^{17}\equiv 2\ (17)$

3°/Résoudre le système $\begin{cases}(n+1)^{17}\equiv 2(17)\\ (n+3)^{13}\equiv 5(13)\end{cases}$

Exercice 16 :

On considère deux entiers naturels non nuls a et b tels que : $a+b=23$

1°/Montrer que a et b sont premiers entre eux

2°/En déduire a et b sachant que $a<b$ et PPCM $(a,b)=126$